This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

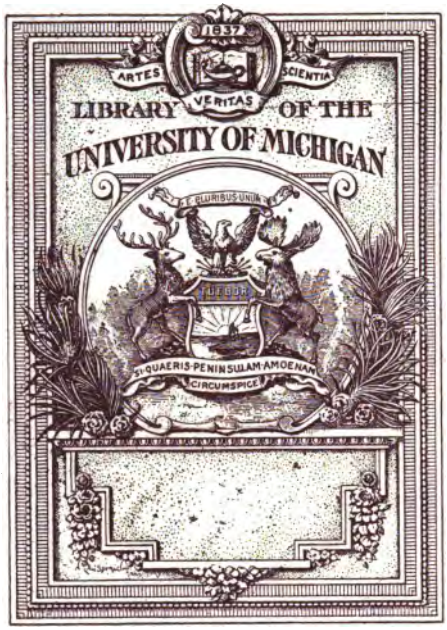
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.



THE GIFT OF
Prof. Alex. Ziwet.

Alexander Ziwet
QC
191
.W42

UEBER DEN ZUSAMMENHANG ZWISCHEN ELASTISCHER UND THERMISCHER NACHWIRKUNG DES GLASES.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT ZU JENA

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT

VON

GUSTAV WEIDMANN

AUS COBURG.

LEIPZIG,
DRUCK VON METZGER & WITTIG.
1886.

Gift of
Prof. A. Ziwet
Sept, 13 1906

§ 1. Einleitung.

Die vorliegende Arbeit enthält die Untersuchungen und Beobachtungen, die ich angestellt habe zur Beantwortung der Frage: „Existirt eine Beziehung zwischen elastischer und thermischer Nachwirkung des Glases?“ Diese Frage hat sowohl theoretisches, als auch praktisches Interesse. Eine etwa stattfindende Beziehung würde eine erhebliche Erweiterung unserer Kenntniss über die Molecularvorgänge in einem festen Körper liefern und auch eine leichtere Unterscheidbarkeit zwischen zur Construction von Thermometern mehr oder minder geeignetem Glase herbeiführen. Im Hinblick auf die Analogie des Verlaufes beider Nachwirkungen, mit Rücksicht auf den „überraschenden Einfluss, den die Temperatur auf die elastische Nachwirkung ausübt, und der nach F. Kohlrausch[1]) zu der Annahme führt, dass die Wärme den einzigen Grund der Nachwirkung bildet“ — im Hinblick hierauf schien die Arbeit keine aussichtslose. Wenn auch nicht Identität beider Nachwirkungen vorausgesetzt werden konnte, so war es doch höchst wahrscheinlich, dass ein innerer Zusammenhang, vielleicht eine gleiche Abhängigkeit beider von der chemischen Zusammensetzung bestehe. Die erhaltenen Resultate erhoben diese Vermuthung zur Gewissheit.

Zu diesen Untersuchungen wurde mir aus dem glastechnischen Laboratorium zu Jena von den Herren Prof. Dr. Abbe und Dr. Schott, die ein lebhaftes Interesse an der Arbeit nahmen, eine grössere Anzahl verschiedener Glassorten freundlichst zur Verfügung gestellt. Die Beobachtungen geschahen im physikalischen Institut der Universität Jena unter Leitung meines hochverehrten Lehrers, Hrn.

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 128. p. 2. 1866.

170810

Hofrath Prof. Dr. Sohncke. Ich möchte es nicht unterlassen, demselben auch an dieser Stelle meinen herzlichsten und aufrichtigsten Dank zu sprechen, sowohl für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit, als auch für die freundliche Unterstützung bei Ausführung derselben.

Ehe ich zu den eigenen Versuchen übergehe, führe ich einige der Arbeiten an, die zu dem Folgenden in näherer Beziehung stehen.

W. Weber[1]) entdeckte 1835 die elastische Nachwirkung gelegentlich seiner Untersuchungen über die Elasticitätsverhältnisse von Seidenfäden und zeigte, dass sie einen gesetzmässigen Verlauf nimmt. Nachher blieb dieser Gegenstand lange ohne eingehendere Untersuchung trotz seiner grossen theoretischen und praktischen Bedeutung, bis Hr. F. Kohlrausch[2]) die Arbeiten wieder aufnahm. Er stellte ein allgemeines Gesetz für die Nachwirkungen nach Torsionen auf und bewies dessen Gültigkeit auch für elastische Ausdehnung und Biegung. Hr. Boltzmann[3]) hat dann, während die von Weber und F. Kohlrausch gefundenen Formeln nur für specielle Fälle gelten, die Gesammtheit der Fälle, in denen elastische Nachwirkung auftritt, aus einer einzigen Hypothese abgeleitet. Er betrachtet sie gewissermassen als Rest der voraufgegangenen elastischen Deformation.

Endlich möge noch auf eine Verschiedenheit der Bedeutung des Wortes „elastische Nachwirkung“ hingewiesen werden. W. Weber definirte als elastische Nachwirkung „diejenige Ausdehnung eines durch ein Gewicht gespannten Fadens, welche nach erfolgter Anspannung im Verlaufe längerer Zeit noch nachfolgt, und die man als Function der Fortdauer der Spannung zu betrachten hat“. Hr. F. Kohlrausch und Boltzmann definiren die elastische Nachwirkung nach Torsion, Ausdehnung oder Biegung als die zeitweilige Entfernung der Theilchen eines festen Körpers von ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage nach Aufhebung

1) W. Weber, Pogg. Ann. **34.** p. 247. 1835.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **119.** p. 350. 1863; **128.** p. 1. 207 u. 377. 1866; **158.** p. 337. 1876.

3) Boltzmann, Pogg. Ann. Erg.-Bd. **7.** p. 624. 1875.

einer vorangegangenen elastischen Deformation. Nach Hrn. P. M. Schmidt[1]) aber steht diese Definition „nicht im Einklange mit der Anschauung, welche wir mit dem Begriffe der Elasticität verknüpfen", und er bezeichnet deshalb, wie auch Hr. Pernet[2]), als „elastische Nachwirkung oder nachwirkende Elasticität diejenige Kraft, welche die Nachwirkungsdeformationen aufzuheben strebt". Die im Folgenden benutzte Definition steht in engem Zusammenhange mit der von F. Kohlrausch eingeführten.

Hinsichtlich der thermischen Nachwirkung an Thermometern, d. h. der bei Erwärmungen nach dem Abkühlen noch verbleibenden Rückstände der Ausdehnung — möge hingewiesen werden auf die umfangreichen und grundlegenden Arbeiten des Hrn. Dr. Pernet[2]) und die Mittheilungen der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Commission: „Ueber den Einfluss der Zusammensetzung des Glases auf die Nachwirkungserscheinungen bei Thermometern von H. F. Wiebe".[3]) Dr. Pernet gibt ein Resumé der Arbeiten, die vor ihm den Gegenstand behandeln, weist den Grund der thermischen Nachwirkung, des abwechselnden Steigens und Sinkens des Nullpunktes nach und stellt ein Gesetz für die Nullpunktsdepression innerhalb der Temperaturen $0 - 50^0$ auf. In neuerer Zeit gelang es den Bemühungen der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Commission zu Berlin, die naturgemäss Anlass hatte, diesen Erscheinungen auf das Eingehendste nachzuforschen, in Gemeinschaft mit den Herren Prof. Abbe und Dr. Schott in Jena, den Grund der thermischen Nachwirkung in der Zusammensetzung des Glases nachzuweisen; es gelang, Glassorten zu componiren, die im Vergleich zu dem bisher in der Thermometrie benutzten, namentlich dem thüringer und englischen Glase, beinahe vollkommen frei sind von thermischer Nachwirkung. Andererseits wurden auch synthetisch Glassorten hergestellt, die wieder eine

1) P. M. Schmidt, Wied. Ann. 2. p. 48. 1877.

2) Pernet, Carl's Rep. 11. p. 257. 1875; Mémoires et travaux du Bureau International des Poids et Mésures 1. 1881.

3) H. F. Wiebe, Sitzungsber. d. Kgl. Preuss. Acad. d. Wiss. zu Berlin, 1884. p. 843; 1885. p. 1021.

äusserst grosse thermische Nachwirkung zeigen. Hierdurch wurde nicht nur das von Hrn. Prof. Dr. Rud. Weber[1]) gefundene Ergebniss bestätigt, dass ein gewisses Gleichmaass der Betheiligung von Kali und Natron an der Zusammensetzung des Glases die Ursache der thermischen Nachwirkung ist, und dass eine hinreichende Einschränkung der thermischen Nachwirkung erreicht wird durch Weglassung des Natrons bei erheblichem Kaligehalt, sondern dasselbe auch auf Natrongehalt bei Weglassung von Kali erweitert.

Endlich möchte ich noch eine Arbeit von Hrn. Matthiessen[2]) erwähnen, in der mehr zufällig auf die thermische Nachwirkung des Glases hingewiesen wird. Gelegentlich der Bestimmung von Ausdehnungscoëfficienten machte er die Beobachtung, dass, wenn der benutzte Glasstab für eine erste Bestimmung am Morgen erwärmt wurde, der für die Ausdehnung abgeleitete Werth grösser war, als derjenige, der aus einer späteren Bestimmung an demselben Tage gefunden wurde.

§ 2. Anordnung und Ausführung der Versuche; Apparate.

Zu den folgenden Beobachtungen standen 13 Glassorten zu Gebote; die mit Nr. II, IV, V, VII, VIII, X, XI, XVI^{III}, $XVII^{III}$, $XVIII^{III}$, XIX, $XXII^{III}$ bezeichneten aus dem Glastechnischen Laboratorium zu Jena, und daneben noch thüringer Glas (aus Geyersthal).

Es handelte sich zunächst um eine qualitative Prüfung einer Beziehung zwischen elastischer Nachwirkung und thermischer Nachwirkung, und diese konnte dadurch bewirkt werden, dass die an den genannten Glassorten hervorgebrachten elastischen Nachwirkungsdeformationen einerseits unter sich verglichen wurden, andererseits mit den durch die Kaiserliche Normal-Aichungs-Commission bestimmten Maximaldepressionen des Nullpunktes an Thermometern aus obigem Glase, letztere als Maass für die thermische Nachwirkung,

---

1) R. Weber, Sitzungsber. d. Kgl. Preuss. Acad. d. Wiss. zu Berlin, 1883. p. 1223.

2) Matthiessen, Pogg. Ann. **128.** p. 521. 1866.

und endlich mit der an einigen Glasröhren direct durch Erwärmen hervorgebrachten thermischen Nachwirkung.

Gesetzmässig verlaufende Nachwirkungsdeformationen hätten erzeugt werden können durch elastische Ausdehnung, Biegung oder Torsion; von diesen erhielt die Biegung den Vorzug. Die meisten der genannten Glassorten waren nur in geringer Menge hergestellt worden und hiervon nur noch wenige Capillarröhren vorhanden. Es musste deshalb mit Sparsamkeit gearbeitet werden. Wegen der leichten Zerbrechlichkeit und der nicht unschwierigen Herstellung der Glasfäden von genügender Länge und mit kreisrundem Querschnitte wurde von der Torsion abgesehen. Die Biegung eines an dem einen Ende befestigten Stabes von der Länge l und dem Durchmesser r stellt sich dar durch $\eta = 4l^3 P/E.r^4 3\pi$, die Ausdehnung desselben Stabes durch dasselbe Gewicht P aber durch $\xi = l.P/Er^2\pi$, also $\eta : \xi = \frac{4}{3}(l/r)^2 : 1$. Da nun l immer viel grösser als r und die Nachwirkungsdeformationen mit der Dilatation selbst wachsen, so erkennt man leicht den Vortheil dieser Beobachtungsmethode vor der der Ausdehnung, abgesehen noch von den erheblichen technischen Schwierigkeiten, mit denen man bei der Ausdehnung zu kämpfen hätte.

An je einem bestimmten Glasstabe wurde eine grössere Anzahl von Beobachtungen unter verschiedenen Bedingungen angestellt. Die Nachwirkungen hängen ab von der Temperatur, der Dauer der Belastung und der ursprünglichen Deformation. F. Kohlrausch hatte bei seinen Torsionsversuchen die Dauer und die Grösse der Deformation geändert. Ich variirte nur die ursprüngliche Biegung; die Temperatur war möglichst constant bei allen Beobachtungen. Auch die Dauer der Belastung behielt während der ganzen Untersuchung dieselbe Grösse.

Als Dauer der Belastung wurde 10 Min. gewählt, weil eine Belastung von nur 5 Min. Dauer bei dem sogenannten guten Glase keine nennenswerthe Nachwirkung erzeugte; eine länger dauernde Belastung aber nur den Verlauf der Nachwirkung und damit die ganze Untersuchung unnütz in

die Länge gezogen hätte, ohne an den erhaltenen Resultaten principiell etwas zu ändern.

Die Biegung des Stabes wurde durch Belastung mittelst Gewichte an einem Faden hervorgerufen (Fig. 1). Der Stab war dazu nahe dem einen Ende fest eingefügt; an dem anderen freien Ende, an dem der Stab belastet wurde, war eine feingetheilte Scala befestigt, auf die ein Mikroskop mit Fadenkreuz eingestellt wurde. Die Einfügung des Stabes geschah durch ein Lager mit zwei Schneiden, die 58 mm entferut waren; auf der der Scala nächsten Schneide lag der Stab lose auf; durch eine mit der anderen Schneide verbundene Klemmvorrichtung wurde er festgeschraubt. Das Lager und das Mikroskop konnten auf zwei Eisenschienen je nach der Länge des Stabes genähert oder entfernt werden. Die Maximalentfernung betrug 60 cm. Da die Versuche bei möglichst constanter Temperatur angestellt, zugleich auch alle Bewegungen und Erschütterungen, die (wie Schmidt zeigte) auf die elastische Nachwirkung von bedeutendem Einflusse sind, von dem Stabe ferngehalten werden sollten, wurden die Beobachtungen im Keller des Physikalischen Institutes angestellt und die Schienen mit dem Lager und Mikroskop an die Wand durch eiserne Zwischenstücke gemauert.

Eine constante Temperatur war allerdings nicht zu erreichen. Während der langen Dauer der Beobachtungen kamen ziemliche Schwankungen vor. Doch während eines einzigen Versuches, resp. einer ganzen Versuchsreihe an einem Stabe konnte sie als constant angesehen werden.

Die feine Scala an dem Stabe war 1 cm lang und gestattete directe Ablesungen von $^1/_{10}$ mm. Mit Hülfe des Mikroskopes wurden dann Hundertstel hiervon, d. h. Tausendstel mm geschätzt. Durch längere Uebung im Schätzen erhielt ich darin eine solche Sicherheit, dass die entstandenen Fehler den Betrag von $\pm$ 0,0025 mm nicht übersteigen.

Die durch Belastungen während 10 Min. erzeugten Nachwirkungen wurden mittelst Mikroskops zu bestimmten Zeiten — 10, 20, 40 Sec., 1, $1^1/_2$ Min..... — nach der Entlastung abgelesen. Die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Versuchen war immer hinlänglich gross, dass die voraufge-

gangenen Deformationen die nachfolgenden nicht beeinflussen konnten.

Die Rückstände hängen ab von der Dauer und der Grösse der vorangegangenen Deformation. Die Dauer war constant (10 Min.). Die Grösse wurde an demselben Stabe mehrmals variirt. Doch wurde die Nachwirkung nach einer bestimmten Deformation mehrmals beobachtet. Hierbei ergab sich Proportionalität der Nachwirkungsdeformationen und der ursprünglichen Verschiebungen, ein Resultat, dass schon von F. Kohlrausch namentlich für Torsion erhalten war. Dieses Ergebniss bietet nun Anlass, eine von den früheren abweichende Definition der elastischen Nachwirkung einzuführen, die gestattet, die Nachwirkungen nach verschiedenartiger Deformation auf eine einfache Weise untereinander zu vergleichen. Es möge von nun an *„Elastische Nachwirkung"* als ein *Quotient* definirt sein, nämlich als *„die zu einer bestimmten Zeit nach dem Entspannen noch verbleibende Entfernung von der ursprünglichen Gleichgewichtslage dividirt durch die anfängliche Entfernung von derselben"*. Diese Definition wurde zuerst von Hrn. Prof. Abbe gelegentlich einiger Vorversuche auf diesem Gebiete benutzt.

Hierdurch war es auch leicht, den Einfluss der Dimensionen auf die elastische Nachwirkung zu eliminiren. Eine Untersuchung dieses Einflusses war nöthig, weil die zu Gebote stehenden Capillarröhren verschieden in Bezug auf Länge und Querschnitt, ja oft nicht einmal cylindrisch waren. Aber es ergab sich, dass die elastische Nachwirkung — in obiger Bedeutung — unabhängig von den Dimensionen ist. Die Angemessenheit dieser Definition zeigt sich also darin, dass man jetzt für die elastische Nachwirkung bei **Einer** Deformationsart nach beliebig grossen Verschiebungen während derselben Belastungsdauer nur eine einzige Zahlenreihe oder, geometrisch interpretirt, eine einzige Nachwirkungscurve erhält, indem man ferner die Curven für verschiedenartige Deformationen — Biegung, Ausdehnung, Druck, Torsion — aufstellt, bietet sich dadurch ein Mittel, ihre Nachwirkungen miteinander zu vergleichen (vgl. § 6).

Allerdings ist jene so definirte elastische Nachwirkung

noch Function der Dauer der ursprünglichen Deformation; es liegt aber die Vermuthung nahe, dass sich die Zeit durch ein ähnliches Verfahren werde eliminiren lassen. Versuche nach dieser Richtung habe ich noch nicht angestellt, da sie zu weit abliegen von dem zu behandelnden Thema.

§ 3. Untersuchungen über elastische Nachwirkung bei Biegung.

Die nun folgenden unmittelbaren Resultate der Versuche sind der Natur der Sache gemäss reine Zahlentabellen. Da sie unter sich genügende Uebereinstimmung bieten, so ist es nicht nöthig, sie in aller Ausführlichkeit mitzutheilen. Nur soweit die in § 2 erwähnten Gesetze durch sie bewiesen werden sollen, mögen sie in extenso folgen.

Um zunächst die Abhängigkeit der elastischen Nachwirkung von der ursprünglichen Deformation und den Dimensionen darzuthun, mögen Tabelle I—V folgen.

a) Abhängigkeit der elastischen Nachwirkung von der ursprünglichen Deformation. — Die folgenden Tabellen I_a, I_b sind das Ergebniss der Vorversuche. Sie enthalten 13 Versuchsreihen. Die Dauer der Belastung beträgt hier abweichend nur 5 Min. Diese Zahlen sind deshalb auch nicht mit den folgenden vergleichbar. Die Zeiten t in der ersten Verticalcolumne einer jeden Tabelle sind gerechnet vom Momente der Entspannung. Tabelle I_a wie II_a gibt die Zusammenstellung der unmittelbaren Ablesungen. Es bedeuten die Δ, d. h. die Zahlen der einzelnen Verticalreihen, die zur Zeit t abgelesenen augenblicklichen Entfernungen von der ursprünglichen Gleichgewichtslage in Scalentheilen, aber hundertmal vergrössert; die b in der ersten Horizontalreihe die ursprünglichen Biegungen in Scalentheilen. Tabelle I_b, wie auch weiter unten II_b, enthält die zu den einzelnen Beobachtungen gehörenden elastischen Nachwirkungen $a = \Delta/100 . b$ (unbenannte Zahlen). Das Mittel aller dieser Quotienten a findet sich bei diesen Tabellen I_b, resp. II_b in der letzten Verticalcolumne.

Die Tabellen II_a und II_b sind erhalten an Glas XVIII^{III} aus sechs Versuchsreihen. Die Dauer der Belastung betrug hier wie bei sämmtlichen folgenden Versuchen 10 Min. Der benutzte Stab hatte einen mittleren Durchmesser $d = 1{,}95$ mm, eine Länge $l = 555$ mm. Die eingeklemmte Länge d. h. die Entfernung des freien Endes (an dem die Scala befestigt ist) von der Klemmvorrichtung war nur $l_1 = 400$ mm; sodass also nicht die ganze Länge des Stabes belastet wurde. Die Umgebungstemperatur, bei der die Versuche angestellt wurden, war 8° C.

Tabelle I_a.

Vorversuch. Thüringer Glas.

b	84	84	84	84	84	84	85	128	128	169	169	208	208
Zeit	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Δ_7	Δ_8	Δ_9	Δ_{10}	Δ_{11}	Δ_{12}	Δ_{13}
$^1/_2$ m	100	100	100	100	90	100	100	150	130	—	186	240	230
1	80	80	80	80	70	78	78	105	102	140	145	190	180
$1^1/_2$	70	70	70	65	60	—	65	95	95	—	130	165	155
2	60	60	—	60	50	60	—	80	80	100	105	140	140
3	50	48	52	48	40	48	50	70	70	85	87	120	115
4	40	40	—	38	35	38	42	60	55	—	75	100	100
5	35	—	—	33	—	30	35	50	48	65	65	90	85
6	32	—	—	25	20	25	30	44	42	54	60	85	—
8	—	—	—	20	15	20	25	36	35	40	50	—	—
10	—	—	—	17	—	—	20	30	28	33	42	—	—
15	19	—	—	—	—	—	12	20	17	—	33	55	—

Aus den Tabellen I_b und II_b ergibt sich, wie die Uebereinstimmung der Zahlen in den Horizontalcolumnen zeigt, mit grosser Näherung:

Gesetz I: *„Die elastische Nachwirkung ist unabhängig von der ursprünglichen Biegung.“*

Durch dieses Gesetz, das nur eine Neubestätigung des von Hrn. F. Kohlrausch gefundenen Resultates der Proportionalität der Nachwirkungsdeformationen und der ursprünglichen Deformation ist, dürfte, da es sich bei sämmtlichen Versuchen als gültig erwies, die Einführung der obigen Definition der elastischen Nachwirkung genügend motivirt sein.

Tabelle I_b.

b	84	84	84	84	84	84	85	128	129	169	169	208	208	Mittel
Zeit	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_0
$^1/_2$ m	0,0119	0,0119	0,0119	0,0119	0,0107	0,0119	0,0118	0,0117	0,0101	—	0,0107	0,0116	0,0110	0,0114
1	0,0096	94	94	94	83	93	92	82	80	0,0083	86	91	86	0,0086
$1^1/_2$	83	83	83	78	71	—	77	75	74	—	77	80	74	0,0077
2	71	71	—	71	60	71	—	63	63	60	62	68	68	0,0062
3	60	57	62	57	48	57	60	55	55	50	52	58	55	0,0056
4	47	47	—	45	42	45	50	47	43	—	45	48	48	0,0046
5	41	—	—	40	—	36	41	40	38	39	39	43	40	0,0040
6	38	—	—	30	24	30	35	35	33	32	36	41	—	0,0033
8	—	—	—	24	18	24	30	30	28	24	—	—	—	0,0025
10	—	—	—	20	—	—	25	24	22	20	24	—	—	0,0022
15	—	—	—	—	—	—	14	16	—	—	19	—	—	0,0019

Glas XVIII^{III}.

Tabelle II_a.

b	66	70	70	72	92	130
Zeit	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6
20^{sec}	20	25	20	30	35	55
40	17	18	15	18	23	30
60	10	10	10	10	15	19
$1^1/_2$ m	8	8	8	8	10	15
2	—	5	5	5	8	13
3	—	3	3	3	5	10

Tabelle II_b.

b	60	70	70	72	92	130	Mittel
Zeit	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_0
20^{sec}	0,0030	0,0036	0,0029	0,0041	0,0038	0,0042	0,0036
40	25	26	21	25	25	23	0,0024
1	15	14	14	14	16	15	0,0015
$1^1/_2$ m	12	11	11	11	11	12	0,0011
2	—	7	7	7	9	10	0,0008
3	—	4	4	4	5	8	0,0005

Sofern die in den angeführten, wie noch folgenden Tabellen auftretenden Abweichungen die Beobachtungsfehler überschreiten, finden sie ihre volle Erklärung in dem Einflusse von Oscillationen durch Erschütterungen theils beim Auflegen und Abnehmen der Gewichte, theils durch Erschütterungen des Gebäudes durch vorbeifahrende Eisenbahnzüge, theils auch durch die zwar geringen Temperaturschwankungen.

b) Abhängigkeit der elastischen Nachwirkung von den Dimensionen. — Ueber die Abhängigkeit der elastischen Nachwirkung von den Dimensionen gibt Tabelle III sowie Tabelle IV Aufschluss. Tabelle III, erhalten durch Beobachtung der Nachwirkung an einer Glasröhre und einer Capillare aus Glas XVI^{III}, enthält das Mittel aus resp. neun und zwölf Versuchen. Dieses Mittel ist gebildet auf die oben angegebene Weise. Die Dimensionen sind äusserst verschieden. Die Glasröhre hatte eine Länge $l = 518$; einen Durchmesser $d = 7{,}49$ mm; ein Lumen von 5,85 mm. Die Capillare dagegen kann als Glasstab angesehen werden; ihre Länge betrug $l = 553$ mm; der Durchmesser $d = 3{,}1$ mm. Die eingeklemmte Länge l_1 ist in beiden Fällen dieselbe. Die Temperatur bei III 11° C., bei IV 4° C.

Tabelle III.

Glas XVI^{III}.

Zeit	Röhre	Capillare	Zeit	Röhre	Capillare
10^{sec}	0,0081	—	1^{m}	0,0028	0,0032
20	54	0,0058	1½	24	25
30	42	47	2	19	19
40	34	40	3	13	13

Hieraus ist ersichtlich, dass die elastische Nachwirkung an Gläsern von verschiedenem Querschnitt und gleicher Länge merklich dieselbe ist.

Die folgende Tabelle IV ist erhalten an einer einzigen Capillare aus Glas V. Die Länge betrug $l = 588$ mm, Durchmesser $d = 3{,}88$ mm. Die eingeklemmte Länge variirte; sie

war 360, 409 und 453 mm. Die Temperatur ist bei allen $\tau = 4^0$ C.

Tabelle IV.

Glas V.

Zeit	$l = 360$ mm	$l = 409$ mm	$l = 453$ mm
20sec	0,0034	0,0036	0,0035
40	26	28	28
1m	21	22	22
1½	17	18	18
2	13	14	15
3	10	10	12

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass die elastische Nachwirkung an Glasstäben einer Glassorte von gleichem Querschnitt und verschiedener Länge dieselbe ist.

Tabelle III und IV führen demnach zur Aufstellung von Gesetz II: „*Die elastische Nachwirkung ist unabhängig von den Dimensionen der innerhalb der Elasticitätsgrenze deformirten Stäbe.*“

In Bezug auf die mitgetheilten Tabellen sei noch erwähnt, dass nicht alle angestellten Versuche in ihnen aufgenommen wurden; bei Bildung des Mittels wurden alle die Beobachtungen ausgeschlossen, die folgende Eigenschaft zeigten. An jedem Stabe wurde die ursprüngliche Biegung mehrmals geändert. Bei dem Uebergang von einer geringen Belastung auf eine erheblich grössere zeigte die elastische Nachwirkung, d. h. jener früher definirte Quotient, einige Zeit nachdem die Gewichte abgenommen waren, einen grösseren Werth, als bei der kleineren Biegung. Wurden aber bei der grösseren Belastung mehrere Versuche nacheinander angestellt, so nahmen jene Quotienten ab und zeigten nach ungefähr drei Versuchen wieder denselben früheren Werth, den sie nun behielten. Das Umgekehrte tritt ein, wenn man von grossen Biegungen zu kleinen übergeht. Die untenstehende Tabelle V mag dies näher darthun. Diese Tabelle ist erhalten aus Versuchen an Glas X und Glas VII, an denen dies besonders deutlich hervortritt; doch trat diese Erscheinung an allen Gläsern mehr oder minder stark hervor.

Tabelle V.

Glas	X				VII					
b	40	68	53	55	93	93	93	125	125	125
Zeit	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
20sec	0,0032	0,0050	0,0046	0,0028	0,0096	0,0095	0,0090	0,0084	0,0076	0,0076
40	26	43	36	21	80	75	77	76	74	72
1m	22	33	30	17	73	59	59	72	68	63
$1^1/_2$	18	29	25	15	65	50	50	64	60	52
2	10	22	20	12	53	39	40	60	48	44
3	—	20	14	9	36	24	25	48	40	28

§ 3_a. Einfluss der Erschütterungen und Temperaturänderungen auf die elastische Nachwirkung.

Einige interessante Resultate über den Einfluss von Erschütterungen und Erwärmungen auf die elastische Nachwirkung, die sich im Verlaufe der Untersuchung ergaben, möchte ich nur kurz berühren, da sie sich inhaltlich fast vollkommen decken mit den Ergebnissen von Hrn. G. Wiedemann[1]) aus dessen Untersuchungen über Torsion, Biegung und die Beziehung zwischen diesen, der Wärme und dem Magnetismus. Hr. G. Wiedemann untersucht den Einfluss der Erschütterungen und Temperaturänderungen auf die temporäre und permanente Torsion und Biegung, findet die überraschende Analogie zu dem Magnetismus und erklärt die erhaltenen Resultate durch eine Betrachtung über die dabei stattfindenden Molecularvorgänge. Die aus meinen Beobachtungen sich ergebenden Gesetze lauten:

„Die elastische Nachwirkung bei Biegung wird durch Erschütterungen, resp. Erwärmungen vermindert.“ „Wird der Stab erschüttert, während er unter dem Einflusse des biegenden Gewichtes steht, so nimmt seine elastische Nachwirkung zu.“ Denselben Einfluss üben vermuthlich auch Erwärmungen während der Dauer der Belastung aus.

Dass die Temperatur von erheblichem Einfluss

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **103.** p. 563. 1858; **106.** p. 161. 1859; **107.** p. 439. 1859; **122.** p. 346. 1864. Wied. Ann. **6.** p. 485. 1879.

auf die elastische Nachwirkung ist, hat schon F. Kohlrausch gezeigt; es erhellt dies auch daraus, dass mit der Temperatur eine Veränderung der molecularen Constitution der Körper eintritt. Um frei zu sein von diesem Einflusse, stellte ich die Beobachtungen bei möglichst constanter Temperatur an. Aber während der langen Dauer der Untersuchung traten doch Schwankungen von 3—15° auf, und es war daher im Interesse der besseren Vergleichbarkeit der elastischen Nachwirkung an verschiedenen Glassorten wünschenswerth, wenigstens den qualitativen Einfluss der Temperatur festzustellen. Es konnte hier nicht meine Absicht sein, eine Formel für die Abhängigkeit von elastischer Nachwirkung und Temperatur aufzustellen, resp. die Beobachtungen zu vervollständigen, die Hr. Kohlrausch über diesen Gegenstand machte. Nach ihm wissen wir, dass innerhalb der Zimmertemperatur (9—30°) zwischen dieser und der elastischen Nachwirkung Proportionalität besteht, aber auch, dass dieser Einfluss auf verschiedene Körper nicht in dem gleichen Sinne wirkt. Bei Kautschuk bedingt erhöhte Temperatur Abnahme der elastischen Nachwirkung, bei Silber dagegen wächst diese mit jener. Da allerdings Kautschuk auch in seinem übrigen Verhalten von anderen Körpern abweicht, so könnte man meinen, dass die Temperatur in der Regel in demselben Sinne wirkt, wie bei Silber. Doch nach den Versuchen, die ich an einigen Glassorten angestellt habe, scheint Glas ein dem Kautschuk analoges Verhalten zu zeigen. Die Resultate sind enthalten in der beistehenden Tabelle VI.

Tabelle VI.

Glas	XIX	XIX	VII	VII
Zeit	4° C.	14° C.	3° C.	16° C.
20sec	0,0085	0,0062	0,0088	0,0070
40	57	47	73	54
1m	40	32	59	41
1½	27	20	47	32
2	19	15	37	21
3	11	10	23	18

Die Zahlen in den einzelnen Columnen haben die frühere Bedeutung. Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass „*Zunahme der Temperatur eine Abnahme der Nachwirkungsdeformationen bedingt*“, und dieses Resultat scheint mir auch mit den Versuchen von Hrn. P. M. Schmidt über den Einfluss der Temperatur auf das logarithmische Decrement im Einklang zu stehen. Schmidt findet: „das logarithmische Decrement nimmt mit der Temperatur zu und ist dieser innerhalb der Grenzen 0—25° proportional.“ Die Schwingungen nehmen hiernach rascher ab, der Draht nähert sich schneller seiner Gleichgewichtslage.

§ 4. Thermische Nachwirkung an Glasröhren.

Ich schliesse hieran kurz die Beschreibung einiger Versuche, die ich, mit Rücksicht auf die oben erwähnte Beobachtung von Hrn. Matthiessen, an Glasröhren von XVI^{III}, XVII^{III}, XVIII^{III} angestellt habe, um die thermische Nachwirkung direct mit Hülfe des Weinhold'schen Vorlesungsapparates für Ausdehnung von Stäben und Röhren nachzuweisen. Die Glasröhre ruhte auf drei Rollen über einer Metallröhre, mit der sie an dem einen Ende durch eine Klemme fest verbunden war. Nahe dem anderen Ende trug die Glasröhre einen Zeiger. Auf diesen wurde ein Mikroskop mit Scala eingestellt. Während des Versuchs floss durch die Metallröhre Wasser von möglichst constanter Temperatur; durch die Glasröhre wurde Wasserdampf geschickt und im Mikroskope die Verlängerung der Glasröhre bei Erwärmen von $t_1{}^0$ auf $t_2{}^0$ beobachtet, wo $t_2{}^0$ die Temperatur des Wasserdampfes bei dem stattfindenden Barometerstande bezeichnet. Bei Glas XVI^{III} und XVIII^{III} war bei 120facher Vergrösserung keine thermische Nachwirkung zu bemerken nach dem Abstellen des Dampfes und nachdem das Glas seine ursprüngliche Temperatur wieder angenommen, was in der Regel nach 10 Min. der Fall war. Bei XVII^{III} aber betrug die thermische Nachwirkung 5—6 Scalentheile, d. h. 0,04 mm. Der Rückgang, wenigstens der sichtbare, dauerte 10—20 Stunden, während er bei Thermometern Tage, selbst Monate lang zu bemerken ist.

Bei diesen Versuchen trat die merkwürdige Erscheinung auf, dass die thermisch guten Gläser XVI^{III} und XVIII^{III}, die also keine thermische Nachwirkung zeigten, beim Durchströmen des Dampfes sich sofort beschlugen, XVII^{III} nicht; da aber gerade XVII hygroskopisch ist, so darf man vielleicht vermuthen, dass diese Erscheinung mit dem Wärmeleitungsvermögen der Gläser zusammenhängt.

Ein in anderer Hinsicht bemerkenswerthes Resultat hierbei ist die grosse Verschiedenheit der Ausdehnungscoëfficienten. Der von XVII ist mehr als doppelt so gross als der von XVIII. Angenähert ist:

für XVI $\quad a_1 = 0{,}000\,007\,9,$
„ XVII $\quad a_2 = 0{,}000\,011\,4,$
„ XVIII $\quad a_3 = 0{,}000\,005\,4.$

Wenn zwar diese Zahlen keinen Anspruch auf absolute Gültigkeit machen, so dürfte die Maximalabweichung kaum mehr als $\pm\, 0{,}000\,000\,3$ betragen.

Mit Rücksicht auf diesen Unterschied schien es wünschenswerth, die Coëfficienten auch der anderen Gläser zu kennen. Die Bestimmung derselben mittelst der beschriebenen Methode konnte wegen Mangel an Glasröhren nicht ausgeführt werden. Doch gelingt diese, auch aus Capillarröhren, mittelst des von Hrn. Prof. Abbe verbesserten Fizeau'schen Dilatometers. Die Veröffentlichung der hierdurch zu gewinnenden Resultate wird später erfolgen.

§ 5. Zusammenhang zwischen elastischer und thermischer Nachwirkung und Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung.

Es möge nun die Zusammenstellung der Tabellen der elastischen Nachwirkung der untersuchten Glassorten, ihrer thermischen Nachwirkung und der chemischen Zusammensetzung derselben folgen.

Die folgende Tab. VII der elastischen Nachwirkung ist auf dieselbe Weise wie die oben mitgetheilten erhalten. In der ersten Horizontalcolumne findet sich die Bezeichnung der Glassorte, in der zweiten die Temperatur, bei welcher die Biegung des Stabes vorgenommen wurde. Die a_0^n, d. h.

die Zahlen in den Verticalcolumnen, stellen den mittleren Verlauf der elastischen Nachwirkung dar. Die vorletzte Horizontalcolumne gibt an, aus wie vielen einzelnen Versuchen das Mittel a_0^n gebildet ist. Die letzte Horizontalreihe enthält noch der Uebersicht wegen die Depressionsconstante der aus jenen Gläsern construirten Thermometer (vgl. p. 22).

Tabelle VII.

Glas	II	IV	V	VII	VIII	X	XI
Temperatur	3°	11°	4°	3°	10°	4°	12°
Zeit	a_0^1	a_0^2	a_0^3	a_0^4	a_0^5	a_0^6	a_0^7
20sec	0,0018	0,0011	0,0036	0,0088	0,0082	0,0027	0,0038
40	08	06	28	73	57	21	25
1m	05	04	22	59	42	17	19
$1^1/_2$	03	03	18	47	30	14	13
2	—	—	14	37	22	10	09
3	—	—	10	23	14	08	05
Anzahl der Versuche	4	5	19	15	20	12	10
Depression für 100°	0,02°	0,07°	0,09°	0,10°	0,07°	0,09°	0,09°

Glas	XVI III	XVII III	XVIII III	XIX	XXII III	Geyersthal
Temperatur	7°	8°	8°	4°	16°	1°
Zeit	a_0^8	a_0^9	a_0^{10}	a_0^{11}	a_0^{12}	a_0^{13}
20sec	0,0065	0,0323	0,0036	0,0085	0,0150	0,0106
40	45	259	24	57	138	95
1m	33	221	15	40	124	84
$1^1/_2$	25	185	11	27	113	75
2	19	157	08	19	94	66
3	14	128	05	11	85	57
Anzahl der Versuche	21	16	6	8	9	12
Depression für 100°	0,05°	1,06°	0,05°	0,07°	1,05°	0,50°

Wie schon bemerkt, schwankt die Temperatur zwischen den Grenzen 3—15°. Bei dem Vergleich der Gläser unter sich in Bezug auf ihre elastische Nachwirkung muss man also nach § 3_a den Einfluss der Temperatur berücksichtigen.

Nimmt man als Durchschnittstemperatur 4°, so wäre der Verlauf von $XVII^{III}$, $XVIII^{III}$, IV, VIII ein noch langsamerer, als ihn die Tabelle angibt. Versteht man nun unter „elastisch gutem“ Glase nicht nur solches, das geringe elastische Nachwirkung zeigt, sondern auch solches, dessen Nachwirkung, sofern sie grosse Anfangsbeträge hat, rasch verläuft, so ordnen sich die Gläser in folgender Weise, vom „besten“ angefangen:

II IV $XVIII^{III}$ X XI V XVI^{III} XIX VIII VII Geyersthal $XVII^{III}$ $XXII^{III}$.

Da die Dimensionen der Stäbe, resp. Röhren nach § 3 ohne Einfluss auf den Verlauf der elastischen Nachwirkung sind, so ist es nicht nöthig, dieselben mitzutheilen.

Um den Verlauf der elastischen Nachwirkung anschaulicher darzustellen, kann man die einzelnen Verticalreihen geometrisch interpretiren. Man erhält dann für jedes Glas bei dieser einen Deformationsart (Biegung) eine bestimmte Curve, deren Verlauf aus Fig. 2 zu ersehen ist. Die Abscissen stellen die Zeiten seit der Entspannung dar, die Ordinaten die zu diesen gehörenden elastischen Nachwirkungen 10000 mal vergrössert. Die Curve für Glas XVII konnte wegen Mangel an Raum nur von $1^1/_2$ Min. seit der Entspannung an gezeichnet werden; doch ist ihr Verlauf vollkommen ersichtlich aus Fig. 3.

Um die Uebersicht nicht zu schädigen, enthält Tab. VII die Nachwirkung nur bis zu 3 Min. vom Momente des Entspannens gerechnet. Bei der Mehrzahl der Gläser (der sogenannten guten) wurde der Verlauf auch nicht länger beobachtet. Doch die schlechteren Gläser ($XVII^{III}$, $XXII^{III}$ Geyersthal) zeigen nach 15 Min. und noch länger so erhebliche Nachwirkungsdeformationen, dass es im Interesse der Vollständigkeit geboten scheint, diese besonders darzustellen. Dies geschieht in Tab. VIII (p. 21) und Fig. 3. Die Ordinaten sind hier wieder 10000 mal vergrössert. Sämmtliche Dimensionen sind hier im Vergleich zu Fig. 2 auf ein Drittel reducirt.

Tabelle VIII.

Glas	VII	XIX	Geyersthal	XVII^{III}	XXII^{III}
Zeit	$a_0{}^1$	$a_0{}^2$	$a_0{}^3$	$a_0{}^4$	$a_0{}^5$
20^{sec}	0,0088	0,0085	0,0106	0,0323	0,0150
40	73	57	95	259	138
1^m	59	40	84	221	124
1$^1/_2$	47	27	75	185	113
2	37	19	66	157	94
3	23	11	57	128	85
5	14	05	39	96	75
7	—	—	—	79	—
10	—	—	21	57	54
15	—	—	—	32	42
Temp.	3°	4°	1°	3°	16°

Man könnte die Uebersicht über das Verhalten der Gläser noch erhöhen, wenn man auf die Nachwirkung die Formeln von F. Kohlrausch, resp. Boltzmann in Anwendung brächte. Hier stehe ich davon ab, da ich noch in § 7 specieller darauf eingehen werde.

Die thermische Nachwirkung wurde nur an drei Gläsern direct beobachtet, wie § 4 zeigt; Glas XVI^{III}, XVIII^{III} erwiesen sich da als thermisch gut, d. h. zeigten keine bemerkenswerthe thermische Nachwirkung; XVII^{III} dagegen als thermisch schlechtes; die Nachwirkung war hier bedeutend. Dasselbe Verhalten zeigten sie auch in elastischer Beziehung (vgl. Tab. VII). Würde sich die Untersuchung auf diese drei Gläser beschränkt haben, so wäre schon damit gezeigt, dass elastisch gutes, resp. schlechtes Glas auch thermisch gutes, resp. schlechtes ist. Eine weitere Bestätigung dieses Verhaltens ergibt sich aber auch durch den Vergleich der elastischen Nachwirkung mit der Maximaldepression der aus den betreffenden Gläsern construirten Thermometer, sofern diese Depression als Maass der thermischen Nachwirkung angesehen werden kann. Diese Constanten sind bestimmt durch die kaiserl. Normal-Aichungscommission zu Berlin. [1]) Die Grösse der Depressionsconstante (Maximaldepression) ist enthalten in Tab. IX.

1) Sitzungsber. der königl. preuss. Acad. d. Wiss. zu Berlin. 1884. p. 843; 1885. p. 1021.

Tabelle IX.

Bezeichnung des Glases	II	IV	V	VII	VIII	X	XI
Depression für 100° C.	0,02°	0,07°	0,09°	0,10°	0,07°	0,09°	0,09°

Bezeichnung des Glases	XVI^{III}	$XVII^{III}$	$XVIII^{III}$	XIX	XXII	Geyersthal
Depression für 100° C.	0,05°	1,06°	0,05°	0,07°	0,84 resp. 1,05°	0,50

Ordnet man die Gläser nach ihrem thermischen Verhalten, so kommt:

II $XVIII^{III}$ XVI^{III} IV VIII XIX XI V X | VII | Geyersthal
$XVII^{III}$ $XXII^{III}$.

In Bezug auf die elastische Nachwirkung war die Reihenfolge:

II IV $XVIII^{III}$ X XI V XVI^{III} XIX VIII | VII | Geyersthal
$XVII^{III}$ $XXII^{III}$.

Der Vergleich beider Reihen berechtigt demnach zur Fassung des Satzes: „*Es existirt eine Beziehung zwischen elastischer und thermischer Nachwirkung des Glases, und zwar ist thermisch gutes, resp. schlechtes Glas auch elastisch gutes resp. schlechtes und umgekehrt.*“

Der Vergleich der elastischen Nachwirkung untereinander lässt aber noch einen weiteren Schluss zu auf die Abhängigkeit der elastischen Nachwirkung von der chemischen Zusammensetzung. Die folgende Tab. X (p. 23) enthält die chemische Zusammensetzung genannter 13 Glassorten, nach den Angaben des glastechnischen Laboratoriums zu Jena.

Das Thüringer Glas ist von den Hrn. Tittel u. C^ie. „Geyersthal“. Die Analyse eines solchen Glases vom Anfang Herbst 1883 in dem glastechnischen Laboratorium zu Jena hatte die in Tab. X aufgenommene chemische Zusammensetzung ergeben.

Tabelle X.

Bezeichnung des Glases	II	IV	V	VII	VIII	X	XI
Kieselsäure	24	70	54	51	70	46	65
Natron	7	—	—	—	15	8	—
Kali	—	13,5	16	—	—	—	18
Bleioxyd	—	—	—	3,7	—	—	—
Zinkoxyd	—	—	30	27,7	—	—	—
Kalk	—	16,5	—	—	15	—	—
Baryt	53	—	—	—	—	40	—
Lithiumoxyd	—	—	—	6,5	—	—	—
Thonerde	16	—	—	1,8	—	—	5
Borsäure	—	—	—	9,3	—	6	12
Depression für 100° C.	0,02°	0,07°	0,09°	0,10°	0,07°	0,09°	0,09°

Bezeichnung des Glases	XVI^{III}	XVII^{III}	XVIII^{III}	XIX	XXII^{III}	Geyersthal
Kieselsäure	67,5	69	52	50	66	68,69
Natron	14	15	—	15	14	5,87
Kali	—	10,9	9	—	14	7,32
Bleioxyd	—	—	—	—	—	—
Zinkoxyd	7	—	30	20	—	—
Kalk	7	—	—	—	6	5,72
Baryt	—	—	—	15	—	—
Lithiumoxyd	—	—	—	—	—	—
Thonerde	2,5	5	—	—	—	2,11
Borsäure	2	—	9	—	—	—
Depression für 100° C.	0,05°	1,06°	0,05°	0,07°	1,05°	0,50°

Nach den Untersuchungen der kaiserl. Normal-Aichungscommission verhalten sich reines Natron-, reines Kali-, reines Lithiumglas in thermischer Hinsicht vollständig gleich gut, d. h. die aus ihnen construirten Thermometer zeigen sämmtlich eine geringe Maximaldepression 0,04—0,10°; ferner ist es hiernach wahrscheinlich, dass für das thermische Verhalten die Anwesenheit der anderen Bestandtheile, ausser Natron, Kali, Lithiumoxyd, wie Kalk, Baryt, Borsäure ohne Einfluss sind. Dasselbe scheint aber nicht für das elastische Verhalten zu gelten; vielmehr scheinen sich aus dem mit-

getheilten Beobachtungsmaterial folgende Schlüsse ziehen zu lassen:

Die gleichzeitige Anwesenheit von Kali und Natron hat eine erhebliche elastische Nachwirkung (wie auch thermische Nachwirkung) zur Folge. Eine hinreichende Einschränkung der elastischen Nachwirkung (und thermischen Nachwirkung) wird erreicht durch Weglassung von Kali, resp. Natron, d. h. bei reinem Natron-, resp. Kaliglas. In Bezug auf elastische Nachwirkung haben die Kaligläser vor den Natrongläsern den Vorzug bei sonst nahezu gleicher chemischer Zusammensetzung (vgl. Glas IV und VIII, V und XIX). Unter den reinen Kali-, resp. Natrongläsern sind diejenigen mit geringem Kali-, resp. Natrongehalt die elastisch besseren (Glas XVIII und V, X und XIX). Bei nahezu gleichem Natron-, resp. Kaligehalt scheint Glas mit grösserem Baryt- oder Kalkgehalt das elastisch bessere (Glas II, X). Der Antheil der anderen Bestandtheile, namentlich der Kieselsäure, scheint die Grösse der elastischen Nachwirkung nicht zu beeinflussen. Das Lithion-, resp. Bleiglas steht hinsichtlich der elastischen Nachwirkung (wie auch thermischen Nachwirkung) dem Kali- und Natronglase nach. Bei gleichzeitigem Nebeneinander von Kali und Natron haben die Gläser mit geringem Alkaligehalt die geringere elastische Nachwirkung (Geyersthal, XVII).

§ 6. Piëzometrische Versuche nebst Folgerungen.

Die bisher mitgetheilten Untersuchungen gipfelten in dem Resultate: Es existirt eine Beziehung zwischen elastischer und thermischer Nachwirkung des Glases; sie gestatteten aber nicht eine quantitative Vergleichbarkeit beider. Diesen Zweck suchte ich, wenn er überhaupt realisirbar war, durch die nun folgenden, an Thermometern angestellten piëzometrischen Versuche zu erreichen.

Die Anordnung der Versuche war diese. An äusserst empfindlichen Thermometern wurde einmal thermische Nachwirkung durch Erhitzen des Thermometers und elastische Nachwirkung dadurch hervorgerufen, dass mit Hülfe des Piëzometers ein Druck auf die Quecksilbersäule des offenen

Thermometers und damit von innen auf das Quecksilbergefäss ausgeübt wurde (Fig. 4). Der Deckel des Piëzometergefässes hatte dazu zwei Oeffnungen. In der einen war die Manometerröhre, um den stattfindenden Druck zu messen, in der anderen eine doppelt rechtwinklig nach derselben Seite hin umgebogene Glasröhre. An dieser wurde das zu untersuchende offene Thermometer mittelst Siegellack befestigt. Wurde nun in dem Piëzometergefässe, das mit Wasser angefüllt war, der Druck vermittelst der Pumpe erhöht, so wirkte dieser erhöhte Druck auch in der mit jenem Gefäss communicirenden Röhre, also auch auf die Quecksilbersäule und hierdurch auf die Thermometerkugel; diese dehnte sich also dem herrschenden Drucke gemäss aus. Unter Annahme der Incompressibilität des Quecksilbers und unter Vernachlässigung der Ausweitung der Capillare vergrössert sich durch den Druck des Piëzometers das Volumen der Thermometerkugel um soviel, als der Quecksilberfaden Volumen der Capillarröhre freigibt, d. h. fällt. Soll nun andererseits durch Erwärmung eine ebenso grosse Erweiterung des Quecksilbergefässes eintreten, so muss diese Erwärmung betragen:

$$t_2^0 - t_1^0 = a \cdot \frac{(\alpha - \beta)}{\beta},$$

wenn a das Volumen bezeichnet, das der Quecksilberfaden beim Erwärmen des Thermometers von t_1^0 auf t_2^0 freigeben würde, wenn sich das Quecksilber nicht ausdehnte und α, resp. β die Ausdehnungscoëfficienten von Quecksilber, resp. Glas sind. Denn ist das Volumen der Thermometerkugel v_0, und beträgt der Abstand zwischen 0^0 und 100^0 n mm; bezeichnet man ferner den Querschnitt der Thermometercapillare mit q qmm, so ist $n.q$ der Ueberschuss der Ausdehnung des Quecksilbers über die des Glases beim Erwärmen von 0 auf 100^0:

$$n.q = v_0(\alpha - \beta).100.$$

Beim Erwärmen von t_1^0 auf t_2^0 vergrössert sich das Volumen des Glasgefässes allein um:

$$v_0(t_2 - t_1)\beta.$$

Dieses Volumen ist also gleich $a.q$, wo:

$$a = \frac{(t_2 - t_1)\, n.\beta}{(\alpha - \beta).100}.$$

Unter Zugrundelegung der gebräuchlichsten Werthe für α und β: $\alpha = 0{,}000\,181\,5$, $\beta = 0{,}000\,027\,5$ würde man für eine Erwärmung von 0° auf 100° als Ausdehnung $a_{100} = [\beta/(\alpha-\beta)]n = 0{,}178 \,.\, n$, d. h. 18° erhalten; d. h. erwärmt man die Thermometerkugel nebst Capillare von 0° auf 100°, so vergrössert sich dabei das Volumen um so viel, dass der Quecksilberfaden um 18° fallen würde, wenn sich das Quecksilber dabei nicht ausdehnte.

Erwärmt man also einmal das Thermometer um so viel Grade, dass durch die Erweiterung des Glasgefässes allein der Quecksilberfaden a mm der Capillarröhre frei geben würde, wenn sich eben das Quecksilber nicht ausdehnen würde; übt man andererseits mit Hülfe des Piëzometers einen solchen Druck auf die Thermometerkugel aus, dass der Quecksilberfaden wieder um a mm fällt, so liefert der Vergleich der Nachwirkungen nach der Erwärmung und der elastischen Ausdehnung durch Druck unmittelbar die directe Beziehung zwischen beiden Nachwirkungen.

Da eine merkliche thermische Nachwirkung erst nach grösseren Erwärmungen eintritt, so müsste man, um eine der Erwärmung entsprechende grosse elastische Ausdehnung zu erzeugen, einen sehr hohen Druck andwenden (4—5 Atmosphären für 1°); dies ist experimentell nicht leicht ausführbar. Doch da nach den früheren und folgenden Tabellen die elastische Nachwirkung den vorangegangenen Ausdehnungen proportional ist, so genügt es, zum Vergleich beider Nachwirkungen, die elastische Nachwirkung nach einer bestimmten Ausdehnung zu kennen.

Aber trotz der Feinheit dieser Methode ergaben die angestellten Untersuchungen keine neuen Resultate. Die Hoffnung, das quantitative Verhältniss beider Nachwirkungen zu fixiren, einen mathematischen Ausdruck für die Beziehung beider aufzustellen, wurde zu nichte. Schon die einfache Betrachtung über die durch Wärme und Druck verursachten Nachwirkungsdeformationen ergibt, dass eine Identität der beiden Nachwirkungen *nicht* stattfinden kann. Für die thermische Nachwirkung nach Erwärmen von 0° auf 100° erhält man einen für einige Zeit merklich constanten Werth,

die sogenannte Maximaldepression für 100° oder die Depressionsconstante, nachdem das Thermometer wieder auf 0° abgekühlt ist. Die elastische Nachwirkung aber verschwindet ziemlich rasch nach dem Entspannen. Durch die Wärme, wie durch den Piëzometerdruck wird zwar das Volumen der Thermometerkugel vergrössert. Aber während die Wärme alle Dimensionen der Hohlkugel, also auch ihre Wanddicke, gleichmässig vergrössert, dehnt der Druck dieselbe aus und verringert so die Dicke der Gefässwand. Weiter aber ist der Verlauf beider Nachwirkungen ein total verschiedener. Die elastische Nachwirkung verläuft, wie auch die Versuche an den Thermometern wieder zeigen, viel rascher als die thermische Nachwirkung.

Ferner gelten für beide Nachwirkungen total verschiedene Gesetze. Während bei der elastischen Nachwirkung die Rückstände proportional der ursprünglichen Deformation sind (gültig für Biegung, Torsion, Ausdehnung, Druck), gilt für die thermische Nachwirkung das von Hrn. Dr. Pernet gefundene Gesetz, dass die Rückstände proportional sind dem Quadrate der Erwärmungstemperatur. Endlich aber zeigt ein Blick auf die Tabellen VII und IX in § 5 die Unmöglichkeit der Identität beider. Die Gläser mit gleicher thermischer Nachwirkung, resp. gleicher Depressionsconstante haben unter denselben Bedingungen ganz verschiedene elastische Nachwirkung.

Aus dieser Erörterung geht aber ferner hervor, dass auch, abgesehen von Identität, nicht einmal eine angenäherte Vergleichbarkeit des Verlaufes beider Nachwirkungen zu erreichen ist. Wenn nun trotzdem die Untersuchung weiter geführt wurde, so geschah dies hauptsächlich im Interesse des Studiums der elastischen Nachwirkung nach einer anderen Deformationsart. Die Ergebnisse dieser Versuche an Thermometern sind denn auch zum grossen Theile wieder Neubestätigungen der im § 3 erhaltenen Gesetze für die Drucknachwirkungen.

Die hierbei benutzten Thermometer waren äusserst empfindlich; sie bestanden aus einer sehr engen Capillare (0,27, 0,27, 0,17, 0,45 mm innerem Durchmesser) und sehr grossem

Quecksilbergefässe, Kugeln von 56,1, 36,2, 28,3, 32,2 mm Durchmesser, sodass Tausendstel und noch weniger Grade ohne Schwierigkeit abgelesen werden konnten. So hatte an diesen vier Thermometern 1° eine Länge von 15,5, 12,4 cm. Thermometer I und II waren aus schlechtem Glase (Geyersthaler), III und IV aus Glas XVI^{III} hergestellt. Um die Thermometer zum Studium der thermischen Nachwirkung auf 100° erwärmen zu können, erweiterte sich die Capillare zu einem cylindrischen Gefässe. Die Länge zwischen diesem und der Kugel betrug 50—60 cm, sodass sie ca. 4—10° umfasste.

Die Versuche über elastische Nachwirkung mussten wieder bei möglichst constanter Temperatur angestellt werden. Die Kellertemperatur war hier bei weitem noch nicht constant genug, da ja schon geringe, nur wenige Tausendstel Grade betragende Temperaturschwankungen die Resultate ganz unbrauchbar gemacht hätten. Es wurde deshalb die Kugel des Thermometers, nachdem diese am Piëzometer befestigt war, mit backendem Schnee leicht umgeben. Durch passenden Druck (1—10 Atmosphären) wurde das Quecksilbergefäss deformirt und die Nachwirkung dann mittelst eines auf die Quecksilberkuppe eingestellten Mikroskopes beobachtet. Die Wirkungsdauer des Druckes betrug auch hier 10 Min., um einen Vergleich der hier auftretenden Nachwirkung mit der früheren zu ermöglichen.

Im ganzen waren vier Thermometer angefertigt worden, zwei aus Thüringer, zwei aus Jenenser Glase; von ihnen wurden aber nur zwei benutzt; die beiden anderen I und III lieferten ihrer grossen Empfindlichkeit wegen, und da deshalb die Fehler zu grosse Beträge hatten, keine brauchbaren Resultate.

Im Bezug auf die Fehler, resp. Fehlerquellen möge noch folgendes vorausgeschickt werden. Die Hauptfehlerquelle bildeten die wenn auch geringen Temperaturschwankungen. Mindestens $^1/_2$ Stunde vor jedem Versuche durfte das Thermometer nicht mehr Erschütterungen ausgesetzt sein, die beim Auflegen des Schnees und beim Umgeben der Kugel mit ihm nicht zu vermeiden waren. Der Schnee war

backend; das Schmelzwasser konnte leicht abfliessen. Aber während der langen Dauer eines Versuches (1—3 Stunden) war mitunter soviel Schnee geschmolzen, dass die Umgebungstemperatur ihren Einfluss äussern konnte. Ferner sollte der Schnee die Thermometerkugel nur lose umgeben. Bei Prüfung von Thermometern kann man sich bekanntlich durch Anheben des Thermometers hiervon überzeugen. Dies war hier ausgeschlossen. Das Thermometer, überhaupt der ganze Apparat sollte absolut fest sein. Durch den Druck des Schnees entsteht nun eine Fehlerquelle, die eigentlich jeder Schätzung unzugänglich ist. Im ganzen sind die hierdurch verursachten Fehler bei dem schlechten Thüringer Glase geringer, als bei Glas XVI^{III}, da im ersten Falle die Nachwirkung eine viel grössere und langsamer verlaufende ist, als im letzten Falle.

Die Nachwirkungsdeformationen wurden mittelst Mikroskops abgelesen. An dem Thermometer befand sich zwar beim Nullpunkte eine Marke, doch ein scharfes Einstellen auf Marke und Quecksilber zugleich ist unmöglich. Stellt man nur auf das Quecksilber ein, und dies geschah hier, so konnten Veränderungen der Aufstellung weniger gut festgestellt werden. Das Thermometer II (Thüringer Glas) hatte eine engere Capillare als IV. Es wurde deshalb bei II nur eine 35fache, bei IV dagegen 55fache Vergrösserung benutzt. Da nun die Nachwirkung bei Glas XVI^{III} an sich gering ist, so konnten infolge dessen die Fehler bei IV erheblichere Beträge haben.

Endlich aber sind mit dem Entspannen, dem Entfernen des wirkenden Druckes, selbst Fehler verbunden. Bei der Torsion und Biegung kann das Entspannen als momentan angesehen werden; hier nimmt es dagegen eine merkliche Zeit in Anspruch (ca. 10—40 Sec.), je nachdem man den Druck langsam oder rasch sinken lässt, ist vielleicht, wenn das Manometer des Piëzometers wieder den alten Druck anzeigt, ein grösserer oder geringerer Theil der Nachwirkungsdeformationen schon verschwunden. Auch über die Grösse dieses Fehlers kann man sich nur in Vermuthungen ergehen.

Die Ergebnisse der angestellten Versuche enthalten die folgenden Tabellen XI und XII. Die Zeichen in den Tabellen haben hier dieselbe Bedeutung wie in den früheren Paragraphen; die b sind die ursprünglichen Deformationen, ausgedrückt in Millimetersenkung des Quecksilberfadens; Δ' aber in Scalentheilen des Mikroskopes, d. h. 35, resp. 55 mal so gross. Das Mittel:

$$a_0^{\mathrm{I}} = \frac{\Delta'}{b};$$

das Mittel a_0 dagegen gibt die wirkliche Nachwirkung:

$$a_0 = \frac{\Delta}{b} = \frac{\Delta'}{b}\left(\frac{1}{35, \text{ resp. } 55}\right).$$

Tabelle XI$_a$.

Glas aus Geyersthal; Thermometerversuch.

b	26	29,2	27,3	37,3	46	61,8	64	72,8	73,5	74
Zeit	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Δ_7	Δ_8	Δ_9	Δ_{10}
10sec	14	14	13	16,7	20	22	21	25	26	23
1/2m	10	12	9	13,7	16	20	18	22	23	19
1	9	10	7	12,7	15	19	16,9	18,5	20	17
1 1/2	8,5	8	6	10,7	14	—	—	16	18	15,5
2	8	7	4,8	10,7	13	18	15,2	14,5	17	14,2
3	5	6	4	9,0	12	16	14	11,5	13	12,2
5	4	5	3,3	5,7	10	14	12	9	11	10
10	3	4	3	2,7	8	11	10	5	8	5
20	—	3	2	—	6	7	7	3	6	3

Tabelle XI$_b$.

b	26	29,2	27,3	37,3	46	61,8	64	72,8	73,5	74	Mittel	Mittel
Zeit	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_0^{I}	a_0
10sec	0,55	0,48	0,47	0,44	0,43	0,34	0,33	0,34	0,36	0,31	0,402	0,0118
30	38	40	33	36	35	31	28	30	31	26	0,327	0,0096
1m	35	33	26	34	32	28	27	26	27	23	0,290	0,0085
1 1/2	32	27	22	31	30	27	—	22	25	21	0,263	0,0077
2	20	23	18	28	28	—	24	20	23	20	0,226	0,0066
3	15	20	15	24	26	24	22	16	18	17	0,196	0,0057
5	12	17	12	15	22	20	20	13	15	14	0,158	0,0046
10	—	13	11	08	18	16	15	07	10	07	0,116	0,0033
20	—	10	08	—	13	08	11	04	08	04	0,077	0,0022

Tabelle XII.

Glas XVI^{III}. Thermometerversuch.

b	12,2	15	17	18	23	24	25	25	28	29	30	32	35	37	64	Mittel	Mittel
Zeit	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_0^I	a_0
20sec	0,33	0,48	0,40	0,38	0,34	0,41	0,38	0,48	0,42	0,30	0,43	0,32	0,30	0,36	0,33	0,38	0,0069
40	27	40	34	33	30	34	32	36	32	25	36	26	25	30	26	31	56
1m	21	33	26	27	22	26	28	32	28	20	33	21	20	24	23	25	45
$1^1/_2$	18	20	23	26	19	23	24	26	21	17	26	13	16	21	20	20	36
2	13	16	19	13	15	19	20	20	18	12	23	10	13	18	15	16	29
3	08	10	12	09	13	12	16	12	09	12	17	07	10	15	12	11	20

Vergleicht man die Zahlen der Horizontalcolumnen in XI_b und XII untereinander, so zeigt sich auch hier die genäherte Gültigkeit des Gesetzes: „Die elastische Nachwirkung ist unabhängig von der ursprünglichen Deformation."

In der folgenden Tab. XIII sind die Nachwirkungen nach Druck an Thermometern und nach Biegung zusammengestellt.

Tabelle XIII.

	Glas XVI^{III}.		Geyersthal.	
Deform.	Biegung	Therm.	Biegung	Therm.
Temp.	7°	0°	0°	0°
Zeit	a_0^I	a_0^{II}	a_0^I	a_0^{II}
20sec	0,0065	0,0069	0,0106	0,0107
40	45	56	95	92
1m	33	45	84	85
$1^1/_2$	25	36	75	77
2	19	29	66	66
3	14	20	57	57

Diese Tabelle liefert das interessante und überraschende Resultat: Die elastische Nachwirkung, hervorgebracht durch Druck oder Biegung unter denselben Verhältnissen, ist nahezu identisch."

Bei Glas XVI^{III} sind die Abweichungen ziemlich bedeutend, doch übersteigen sie nicht jene der einzelnen Versuche. Zudem sind hier, wie auseinander gesetzt, die möglichen Fehler viel grösser, und endlich muss noch nach § 3$_a$ der Temperatureinfluss berücksichtigt werden.

Eine weitere Prüfung des ausgesprochenen Satzes war nicht möglich. Zum Anfertigen von Thermometern in dieser Grösse aus anderem Glase fehlte das nöthige Material, da jene anderen Glassorten im glastechnischen Laboratorium zum Studium ihrer, namentlich optischen Eigenschaften, nur in kleinen Mengen hergestellt waren.

Hält man aber die Gültigkeit des obigen Satzes durch Tab. IV für genügend bewiesen, und dies setzte ich bei meinen Versuchen voraus, so resultirte hieraus die Aufgabe, zu untersuchen, ob eine Generalisirung dieses Satzes auf alle möglichen Deformationen zulässig ist. Nach dieser Richtung hin wurden die folgenden Versuche angestellt. Es musste also die Nachwirkung nach anderer Deformationsart untersucht werden, und zwar bei einer solchen, die nur geringe Glasmenge erforderte. Eine solche war die Torsion.

Ich stellte Glasfäden aus einigen Sorten her, tordirte diese und beobachtete den Verlauf des Rückganges nach dem Detordiren. Die Versuche wurden wieder unter den angegebenen Bedingungen (10 Min. Torsionsdauer, constante Temperatur) angestellt, mit einem Apparate, der dem von F. Kohlrausch[1]) beschriebenen völlig gleicht. Die Ablesungen geschahen mit Scala und Fernrohr. Innerhalb gewisser Grenzen galt auch hier der von F. Kohlrausch 1866 gefundene Satz der Proportionalität von Nachwirkungsdeformation und Grösse der Torsion oder das Gesetz der Unabhängigkeit der Nachwirkung von der voraufgegangenen Deformation.

Ich lasse sofort die Resultate dieser Beobachtungen folgen.

---

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 128. p. 16. 1866.

Tabelle XIV.

Glas XVIII^{III}. Torsion.

b	65°	80°	100°	100°	100°	100°	120°	130°	130°	130°	150°	170°	170°	Mittel
Zeit	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_0
40sec	0,0026	0,0020	0,0024	0,0024	—	0,0022	—	—	0,0025	0,0023	0,0026	0,0025	0,0026	0,0024
1 m	22	19	21	19	0,0024	20	0,0021	0,0021	22	21	21	22	22	21
$1^1/_2$	19	18	18	17	17	18	19	19	18	18	16	18	19	18
2	16	15	14	12	15	16	17	17	16	14	14	16	17	15
3	13	13	13	08	14	14	13	13	13	13	13	13	14	13
5	10	—	10	06	10	—	—	—	—	08	08	10	—	09

Tabelle XV.

Glas XVI^{III}. Torsion.

b	50°	100°	100°	100°	120°	150°	175°	200°	200°	Mittel
Zeit	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_0
40sec	0,0055	0,0051	—	0,0057	0,0058	—	0,0056	0,0056	—	0,0055
1 m	45	44	0,0044	45	46	0,0039	48	47	0,0045	45
$1^1/_2$	40	36	38	37	37	31	38	38	37	36
2	33	30	31	31	32	26	33	32	29	31
3	19	23	27	21	25	16	26	24	23	24
5	—	16	16	14	16	10	17	17	15	15

Die Zusammenstellung der elastischen Nachwirkung nach Torsion, Druck und Biegung ergibt:

Tabelle XVI.

Glas	XVIII			XVIII III		Geyersthal	
Zeit	Bieg.	Therm.	Torsion	Bieg.	Torsion	Bieg.	Therm.
20sec	0,0065	0,0069	—	0,0036	—	0,0106	0,0107
40	45	56	0,0055	24	0,0024	95	92
1m	33	45	45	15	21	84	85
$1^1/_2$	25	36	36	11	18	75	77
2	19	29	31	08	14	66	66
3	13	20	24	05	12	57	57
Temp.	7°	0°	0°	8°	0°	1°	0°

Die Uebereinstimmung ist zwar keine solche, dass durch sie jenes Gesetz der Unabhängigkeit der Nachwirkung von der ursprünglichen Deformation und der Art der Deformation über jeden Zweifel erhaben wäre; es muss zugestanden werden, dass nach diesen Zahlen dasselbe einen noch hypothetischen Charakter zeigt; erst spätere nach dieser Richtung hin auzustellende Versuche können zu Gunsten, resp. Ungunsten desselben entscheiden.

Von thermischer Nachwirkung an anderen Körpern ausser Glas ist bisher noch nichts Sicheres bekannt. Man nimmt bis heute an, dass die Metalle gar keine thermische Nachwirkung zeigen, und mit den gewöhnlichen Hülfsmitteln dürfte es kaum gelingen, sie, falls sie wirklich vorhanden, nachzuweisen. Es wäre aber zum mindesten sonderbar, dass nur Glas diese Eigenschaft besitzen sollte. Man wird vielmehr, wie bei der elastischen Nachwirkung, annehmen müssen, dass sie eine ganz allgemeine Eigenschaft ist, die immer nach dem Erwärmen auftritt, und aus der Grösse der thermischen Nachwirkung beim Glase (sie variirt bei Thermometern von 0,02 bis 1,2°, d. h. ca. 0,001—0,08 der ursprünglichen Deformation) ist es auch erklärlich, dass bei Metallen eine solche noch nicht nachgewiesen ist, weil zu vermuthen ist, dass diejenigen Körper, die ein besseres Leitungsvermögen besitzen, geringere thermische Nachwirkung zeigen. Die einzige mir bekannt gewordene Mittheilung, die hierüber vorliegt, gibt

Hr. Wild[1]; doch ist auch da nicht ersichtlich, ob man es mit thermischer Nachwirkung oder mit dauernder Formänderung zu thun hat.

§ 7. Darstellung der erhaltenen Resultate durch die Formeln von Hrn. F. Kohlrausch und Hrn. Boltzmann.

Zum Schlusse möchte ich noch auf die Formeln der elastischen Nachwirkung von den Hrn. F. Kohlrausch und Boltzmann und deren Anwendbarkeit eingehen. Das Gesetz von Hrn. F. Kohlrausch ist bisher bei allen Versuchen neu bestätigt worden; seine Gültigkeit erstreckt sich nicht nur auf Torsion, auch auf Biegung, Ausdehnung und wahrscheinlich auch auf andere Deformationen. Bezeichnet x die zur Zeit t, vom Momente des Entspannens an gerechnet, noch vorhandene augenblickliche Entfernung von der Gleichgewichtslage, d. h. die Nachwirkungsdeformation, so gilt:

$$x = Ce^{-at^m};$$

in speciellen Fällen auch:

$$x = c_1 e^{-t^m}, \quad \text{d. h. } a = 1,$$

wobei a, C, c_1, m Constante bedeuten.

Da nun die Nachwirkungsdeformationen der ursprünglichen Biegung proportional sind, so müsste das Gesetz auch für die hier definirte elastische Nachwirkung gelten, und dies ist auch der Fall, wie folgende Tabelle zeigt, in der willkürlich drei Gläser herausgenommen sind.

Tabelle XVII.

Glas	V		VII		Geyersthal	
Zeit	beob.	berechn.	beob.	berechn.	beob.	berechn.
20sec	0,0036	0,0035	0,0088	0,0093	0,0106	0,0109
40	28	27	73	72	95	94
60	22	22	59	59	84	84
$1^1/_2{}^m$	18	17.	47	46	75	74
2	14	14	37	37	66	66
3	10	09	23	25	57	56
	$a = 1$ $m = 0{,}5731$ $c = 0{,}005\,980$		$a = 1$ $m = 0{,}5526$ $c = 0{,}01604$		$a = 0{,}6967$ $m = 0{,}4167$ $c = 0{,}01686$	

1) Wild, Mem. de l'Ac. Imp. de Pétersbourg (7) **18**. Nr. 8. 1872.

Die Constanten zu der vorstehenden Tabelle sind nicht nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet; vielmehr m und a aus einem Drilling von Werthen, dessen Zeiten sich verhalten wie $t_1 : 1 : t/t_1$; C ist dann als Mittel aus mehreren Werthen bestimmt, nachdem m und b bekannt. Die vorstehende Tabelle zeigt auch, dass für die meisten Gläser mit hinreichender Genauigkeit $a = 1$ gesetzt werden kann.

Hr. Boltzmann sieht die Nachwirkung an als Rest der voraufgegangenen Deformation; er geht aus von den Lamé'schen Gleichungen, fügt diesen ein Restglied hinzu und entwickelt dann die wahrscheinlichsten Formeln für die Torsion. Für die vorliegenden Tabellen kommt namentlich eine Formel in Betracht:

$$\vartheta = a\gamma \log \text{nat} \left\{ \frac{t + \frac{\tau}{2}}{t - \frac{\tau}{2}} \right\}.$$

τ bedeutet darin die Wirkungsdauer der Kräfte (hier also 10 Min.); γ ist die Grösse der ursprünglichen Deformation (hier b), ϑ die Rückstände nach dem Detordiren zur Zeit t, gerechnet vom Zeitpunkte an, der in der Mitte zwischen Anfang und Ende der Deformation γ liegt; a ist eine Constante.

Bemerkenswert ist, dass hier auch die früher definirte elastische Nachwirkung (ϑ/γ) auftritt. Prüft man diese Formel an den Tabellen für Torsion, so zeigt sich eine leidliche Uebereinstimmung; doch auch hier ist schon ersichtlich, dass $\vartheta/\gamma / \log (t+\tau/2)/(t-\tau/2)$, das constante Werthe liefern sollte, nicht hinreichend constant ist.

Tabelle XVIII.

Torsion von Glas	XVI^{III}	XVI^{III}	XVIII^{III}	XVIII^{III}
Zeit	$a_0^{I} = \frac{\vartheta}{\gamma}$	$a_0^{I} = \frac{\vartheta}{\gamma} \log ( )$	$a_0^{II} = \frac{\vartheta}{\gamma}$	$a = \frac{\vartheta}{\gamma} \log ( )$
40^{sec}	0,0055	0,004 568	0,0024	0,001 993
1^{m}	45	4 321	21	2 017
1$^{1}/_{2}$	36	4 070	18	2 035
2	31	3 985	14	1 799
3	24	3 770	12	1 884

In viel stärkerem Maasse variirt aber diese Constante a, wenn man a für die Biegungsnachwirkungen berechnet, was nach dem Vorausgeschickten zulässig sein müsste. (§ 6, p. 31).

Tabelle XIX.

Biegung bei Glas	Geyersth.	XVIII III	VII	XIX	X
Zeit	$a = a_0 \log(\,)$	$a = a_0 \log(\,)$	$a = a_0 \log(\,)$	$a = a_0 \log(\,)$	$a = a_0 \log(\,)$
20sec	0,07644	0,02166	0,00591	0,00570	0,00181
40	7889	2151	606	474	178
1m	8162	2122	567	384	163
1½	8590	2091	532	305	158
2	8481	1972	476	244	128
3	8966	2013	362	173	126

Ich begnüge mich mit der Anwendung der Formel auf nur fünf Gläser; doch ist die Uebereinstimmung da so gering, dass von einer Gültigkeit der Formel kaum die Rede sein kann. Es sind hier nur zwei Annahmen möglich. Entweder der in § 6 aus Tabelle XIII gezogene Schluss ist hinfällig; die elastische Nachwirkung nach verschiedenartiger Deformation ist nicht identisch; oder aber die Formeln, die Hr. Boltzmann aufgestellt, gelten nur sehr angenähert und in beschränkten Grenzen; und dies dürfte der Fall sein. Hr. Boltzmann selbst gibt zwar einige Tabellen, in denen die Formel gute Resultate liefert. Doch ist da einmal die Wirkungsdauer sehr gering, nur ½—2 Min. (hier dagegen 10 Min.); dann aber, und dies möchte ich besonders hervorheben, zeigt jener Glasfaden eine ungemein grosse und langsam verlaufende elastische Nachwirkung. Es scheint, als habe jene Formel nur bei grossen, nicht bei rasch verlaufender elastischer Nachwirkung Gültigkeit.

§ 8. Schlussbetrachtungen.

Fassen wir die Resultate der vorliegenden Arbeit kurz zusammen, so ergab sich:

1) Für elastische Nachwirkung nach Biegung wurden folgende Gesetze gefunden. Die elastische Nachwirkung, d. h. „die zu einer bestimmten Zeit nach dem Entspannen